

Priprava za drugu pisanu provjeru – LOGARITMI i primjena

1. UZV - sve definicije, pravila, jednostavniji zadaci s računanjem s logaritmima, logaritamskom funkcijom i jednostavnije logaritamske jednadžbe
2. RP - računanje s logaritmima, logaritamske funkcije, eksponencijalne jednadžbe koje se rješavaju logaritmiranjem, logaritamske jednadžbe, primjena logaritamske i eksponencijalne funkcije

Primjeri zadataka (neki mogu biti u UZV, a neki u RP, zadaci su iz vašeg udžbenika, Zadaci cjeline, str. 118)

1.

**2.** Odredite  $x$  bez uporabe džepnog računala.

**a)**  $\log_{0.04} 5 = x$

**b)**  $\log_{\sqrt{2}} 0.25 = x$

**c)**  $\ln \frac{1}{\sqrt[3]{e^2}} = x$

**d)**  $\log x = \frac{3}{4}$

**e)**  $\log_{121} x = 0.5$

**f)**  $\log_8 x = \frac{2}{3}$

**g)**  $\log_x 8 = 6$

**h)**  $\log_x \frac{1}{32} = 5$

**i)**  $\log_x 0.01 = -2$

2. Vi ćete morati na nacrtanom grafovima prepoznati o kojim se grafovima radi

**6.** Nacrtajte graf funkcije.

**a)**  $f(x) = 5^{-x+1}$

**b)**  $f(x) = 10 \cdot 1.6^x$

**c)**  $f(x) = 2 + e^{x-1}$

**d)**  $f(x) = \log_3(x+1)$

**e)**  $f(x) = 2 + \ln x,$

**f)**  $f(x) = 2 - \log_2 x$

3.

**7.** Nacrtajte grafove funkcija  $f$  i  $g$  u istome koordinatnom sustavu, a zatim opišite kako iz grafa funkcije  $f$  nastane graf funkcije  $g$ .

**a)**  $f(x) = 2^{-x}, g(x) = 4 \cdot 2^{-x}$

**b)**  $f(x) = -3^x, g(x) = 1 - 3^x$

**c)**  $f(x) = \log_{0.2} x, g(x) = 1 + \log_{0.2} x$

**d)**  $f(x) = \log_4 x, g(x) = \log_4(x - 1)$

**e)**  $f(x) = 3^{-x}, g(x) = \log_{\frac{1}{3}} x$

**f)**  $f(x) = 2^x - 2, g(x) = \log_2(x + 2)$

4.

**8.** Odredite domenu funkcije, a zatim nacrtajte njezin graf.

**a)**  $f(x) = \log_3(x - 1) + 2$

**b)**  $f(x) = \log_{\frac{1}{2}}(x + 2) + 1$

5.

**9.** Zadane su funkcije

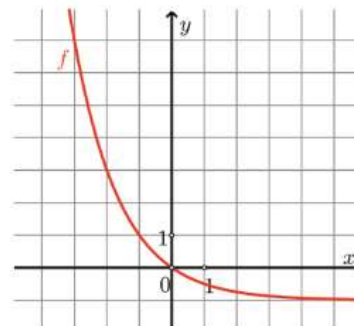
$f_1(x) = 2^{-x} - 1,$

$f_2(x) = \log_2 x - 1,$

$f_3(x) = 2^{-x-1}$  i

$f_4(x) = \log_2(x - 1).$

Kojoj od navedenih funkcija pripada graf na slici?



6.

**10.** Rastavite izraze koristeći se pravilima za logaritmiranje.

**a)**  $\log \frac{a^2}{100}$

**b)**  $\log \frac{1}{xy}$

**c)**  $\log_5 \frac{x+y}{5a}$

**d)**  $\log_a(a^3 - ab^2)$

**11.** Zapišite s pomoću jednog logaritma.

**a)**  $1 + \log 5 - \log 4$

**b)**  $\frac{1}{2} \log_3 4 + \log_3 a - \log_3 b$

**c)**  $\frac{2}{3} \log_2 x + \frac{1}{3} \log_2 y - 2$

**d)**  $-\log_a(a + 1) - \log_a(a - 1)$

7.

**12.** Izrazite sljedeće veličine iz zadanih izraza.

**a)** Izrazite  $b$  iz izraza  $\log x = 1 - \frac{1}{2} \log b$ .

**b)** Izrazite  $a$  iz izraza  $\log y = 2 - 3 \log a$ .

**c)** Izrazite  $b$  iz izraza  $\log_2 a = 1 + 2 \log_2 b$ .

**d)** Izrazite  $y$  iz izraza  $x = 2 \log_5 y + 1$ .

**e)** Izrazite  $b$  iz izraza  $x + \log_3 b = 2$ .

**f)** Izrazite  $a$  iz izraza  $y = 5^{a-1} + 2$ .

8.

**13.** Ako je  $m = \log_{30} 3$  i  $n = \log_{30} 5$ , izrazite s pomoću  $m$  i  $n$  sljedeće logaritme.

**a)**  $\log_{30} 8$

**b)**  $\log_{30} 90$

**c)**  $\log_{15} 30$

**d)**  $\log_4 30$

**14.** Ako je  $a = \log 2$  i  $b = \log 3$ , izrazite s pomoću  $a$  i  $b$  sljedeće logaritme.

**a)**  $\log 72$

**b)**  $\log 0.36$

**c)**  $\log_6 18$

**d)**  $\log_9 20$

9.

**18.** Riješite eksponencijalne jednačbe.

**a)**  $\left(\frac{1}{9}\right)^{3x-7} = 27^{x+2}$

**b)**  $\left(\frac{3}{2}\right)^{2x-1} = \frac{27}{8} \cdot \sqrt{\left(\frac{2}{3}\right)^{3x}}$

**c)**  $\sqrt[3]{49^{x+1}} = \sqrt{7^{x-2}}$

**d)**  $0.1^{3-2x} = 100^{3x} \cdot \sqrt{1000}$

**e)**  $x+1\sqrt{36} = 6^x$

**f)**  $5^{3-x} = \left(\frac{1}{2}\right)^{2x+1}$

**19.** Riješite eksponencijalne jednačbe.

**a)**  $3^{2x+2} - 5 \cdot 9^x = 12$

**b)**  $9^{1-x} - 2 \cdot 3^{1-2x} = 3$

**c)**  $4^{x-1} + 4^{x-2} + 4^{x-3} = 84$

**d)**  $3^x + 2 \cdot 3^{x+2} = 5^{x+2} - 6 \cdot 5^x$

**e)**  $7^{x+1} + 4^{x+1} = 4^{x+2} + 7^{x-1}$

**20.** Riješite eksponencijalne jednačbe.

**a)**  $3^{2x+1} - 10 \cdot 3^x + 3 = 0$

**b)**  $9^x - 5 \cdot 3^x + 6 = 0$

**c)**  $2^{2x+3} - 3 \cdot 2^{x+1} + 1 = 0$

**d)**  $2^{2x+1} + 6^x - 2 \cdot 3^{2x+1} = 0$

**e)**  $4^x - 4^{1-x} = 3$

10.

**21.** Riješite jednačbe.

**a)**  $2^{\log(1-x)} = 8$

**b)**  $5^{\log_2(2x+1)} = 25$

**c)**  $2^{\frac{\log_1(x+3)}{2}} = 5$

**d)**  $8^{\log_2(x-4)} = 27$

**e)**  $5^{\log(2x-1)} = 10$

11.

22. Riješite logaritamske jednadžbe.

a)  $2 \log_4 (x+1) + 1 = 0$

b)  $\log_2 \log_2 x = -1$

c)  $\log_{\frac{1}{4}} \log_5 (2x+1) = -\frac{1}{2}$

d)  $\log \log \log x = 0$

e)  $\log_2 \log_{2.25} \log x = -1$

f)  $\log_9 \left[ 2 \cdot \log_4 \left( 10 - \log_{\frac{1}{2}} x \right) \right] = \frac{1}{2}$

23. Riješite logaritamske jednadžbe.

a)  $\frac{\log_2 (x+1)}{\log_2 (2x-5)} = 1$

b)  $\log_2 \log_{16} x = \log_2 5 - 2$

c)  $\log_2 (x^2 - 5) = 2 + \log_2 x$

d)  $\log (x^2 + 24) = 1 + \log x$

e)  $\log_6 (x+1) + \log_6 x = 1$

f)  $\log_2 (x-2) + \log_2 (x-3) = 1$

g)  $\log (2x-1) - \log (x+3) = \log (x-3)$

24. Riješite logaritamske jednadžbe.

a)  $\frac{2 + \log x}{2 - \log x} = 3 \log x$

b)  $\frac{1}{2 - \log x} + \frac{2}{4 - \log x} = 1$

c)  $\frac{1}{\log x - 2} + \frac{1}{\log x + 4} = \frac{2}{\log x}$

25. Riješite eksponencijalne jednadžbe.

a)  $\frac{3}{4^x - 1} = 1 + 4^x$

b)  $\frac{1}{2^x - 1} + \frac{1}{2^x} = \frac{5}{6}$

12. Primjena logaritamske i eksponencijalne funkcije

29. U jednome nacionalnom parku utvrđeno je da se broj vjeverica  $N$  može odrediti prema formuli  $N(t) = 20 \cdot e^{0.2t}$ , gdje je  $t$  broj mjeseci proteklih od početka prebrojavanja.

- a) Koliko je vjeverica bilo na početku prebrojavanja?
- b) Koliko će vjeverica biti deset mjeseci nakon početka prebrojavanja?
- c) Koliko mjeseci treba vjevericama da im se broj udvostruči?
- d) Koliko mjeseci treba da u parku bude 100 vjeverica?



32. Plavetni kit je najveća živa vrsta životinja na Zemlji. Najveći izmjereni primjerci bili su dugi i 30 m. Mjereći duljinu  $l$  (u metrima) ženke plavetnog kita, mogu se približno izračunati godine

starosti  $n$  formulom  $n = -2.45 \log_3 \left( \frac{24.5 - l}{22.4} \right)$ .

- a) Koliko je stara ženka duga 15.5 m?
- b) Koliko je stara ženka duga 20 m?
- c) Koliko bi bila duga ženka stara deset godina?



